

उत्तराखण्ड बोर्ड परीक्षा प्रश्नपत्र 2017

Set II, 231(HWI)

गणित

समय : 3 घण्टे

पूर्णांक : 80

- निर्देश : (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
(ii) इस प्रश्न पत्र में कुल 30 प्रश्न हैं जो चार खण्डों 'अ', 'ब', 'स' और 'द' में बँटे हुए हैं। खण्ड 'अ' में एक-एक अंक वाले 10 प्रश्न, खण्ड 'ब' में दो-दो अंक वाले 5 प्रश्न, खण्ड 'स' में तीन-तीन अंक वाले 10 प्रश्न एवं खण्ड 'द' में छ-छ अंक वाले 5 प्रश्न हैं।
(iii) खण्ड 'अ' के सभी प्रश्नों का उत्तर एक शब्द या वाक्य या प्रश्न की यथार्थ आवश्यकता अनुसार देना है।
(iv) प्रश्न पत्र में कोई समग्र व्यापक विकल्प नहीं है, तथापि दो अंकों वाले एक प्रश्न में, तीन अंकों वाले तीन प्रश्नों में तथा छ-छ अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिये गये हैं। विकल्प वाले प्रश्नों में आपको केवल एक विकल्प ही करना है।
(v) रचना वाले प्रश्न में आरेखन स्वच्छ हो और दिये गये मापन के सर्वथा अनुरूप हो।
(vi) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।
(vii) प्रथम प्रश्न से प्रारम्भ कीजिये और अन्त तक करते जाइए, जो प्रश्न न आता हो उस पर समय नष्ट न कीजिए।

खण्ड - 'अ'

1. एक संख्या $\frac{m}{n}$ के रूप में है। इसके परिमेय संख्या होने के लिये क्या प्रतिबंध हैं? 1

उत्तर- संख्या $\frac{m}{n}$ के परिमेय होने के लिए आवश्यक है, m और n दोनों पूर्णांक हों जिनमें 1 के अतिरिक्त कोई उभयनिष्ठ गुणनखण्ड न हो तथा $n \neq 0$.

2. द्विघात समीकरण $16x^2 - 24x = 10$ को हल कीजिये। 1

उत्तर- $16x^2 - 24x = 10$

$8x(2x - 3) = 10$

यदि $8x = 0$ और यदि

$x = 0$

$2x - 3 = 0$

$x = \frac{3}{2}$

3. एक समान्तर श्रेणी का प्रथम पद 2 तथा सार्व अन्तर -1 है। इसका पांचवाँ पद बताइये। 1

उत्तर- समान्तर श्रेणी में $a = 2, d = -1$

$a_n = a + (n - 1)d$

$a_5 = 2 + (5 - 1)(-1)$

$= 2 - 4$

$= -2$

4. यदि 1, 2, x, 3 तथा 4 का माध्य 2 है तो x का मान ज्ञात कीजिये। 1

उत्तर- 1, 2, x, 3, 4 का माध्य 2 है।

$$\frac{1 + 2 + x + 3 + 4}{5} = 2$$

$$10 + x = 10$$

$$x = 0$$

5. यदि $P(E) = 0.65$ है, तो 'E नहीं' की प्रायिकता क्या है? 1

उत्तर- $P(E) = 0.65$

$$P(E \text{ नहीं}) = 1 - P(E)$$

$$= 1 - 0.65$$

$$= 0.35$$

6. समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के दो मूल लिखिये। 1

उत्तर- समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के दो मूल

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ हैं।}$$

7. $\sin \theta (\operatorname{cosec} \theta - \sin \theta)$ को सरल कीजिये। 1

उत्तर- $\sin\theta (\operatorname{Cosec}\theta - \sin\theta)$
 $= \sin\theta \operatorname{Cosec}\theta - \sin^2\theta$
 $= \sin\theta \frac{1}{\sin\theta} - \sin^2\theta$
 $= 1 - \sin^2\theta$
 $= \cos^2\theta$

8. 10 मीटर लम्बी एक सीढ़ी एक दीवार पर टिकाने पर भूमि से 8 मीटर की ऊँचाई पर स्थित एक खिड़की तक पहुँचती है। दीवार के आधार से सीढ़ी के निचले सिरे की दूरी ज्ञात कीजिए।

उत्तर- माना AB दीवार एवं CD सीढ़ी है।

समकोण $\triangle ABC$ में

$$(CA)^2 = (CB)^2 + (AB)^2$$

$$10^2 = x^2 + 8^2$$

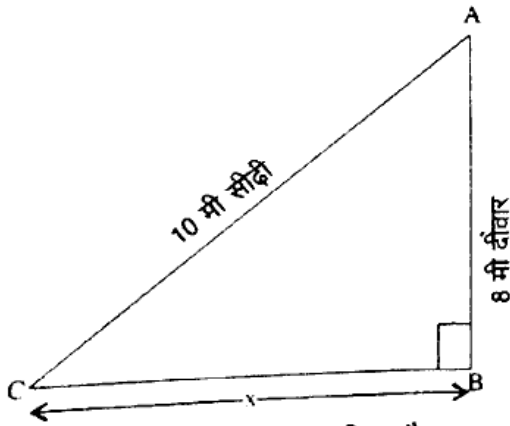
$$100 = x^2 + 64$$

$$100 - 64 = x^2$$

$$36 = x^2$$

$$\sqrt{36} = x$$

$$x = \pm 6$$



अतः दीवार की ऊँचाई 6 मीटर है।

9. यदि एक बिन्दु P से O केन्द्र वाले किसी वृत्त पर PA, PB स्पर्श रेखायें परस्पर 80° के कोण पर झुकी हों, तो कोण POA का मान बताइये।

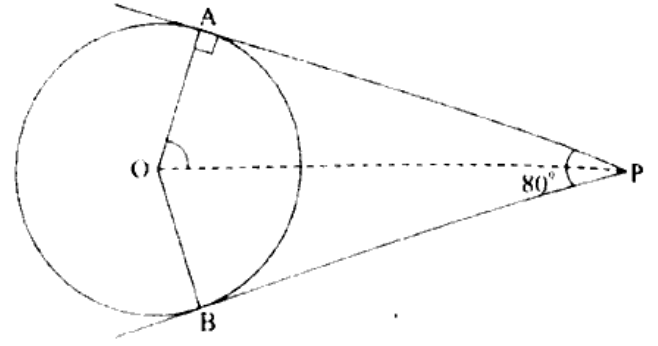
उत्तर- $\angle POA = 180^\circ - (\angle OAP + \angle APO)$

$$= 180^\circ - (90^\circ + 80^\circ/2)$$

$$= 180^\circ - 90^\circ - 40^\circ$$

$$= 180^\circ - 130^\circ$$

$$= 50^\circ$$



10. एक ठोस अर्द्ध गोले की त्रिज्या 7 सेमी है। अर्द्ध गोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय तल कितना होगा?

उत्तर- अर्द्धगोले की त्रिज्या (r) = 7 सेमी

अर्द्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय तल

$$= 3\pi r^2$$

$$= 3 \times \frac{22}{7} \times 7^2$$

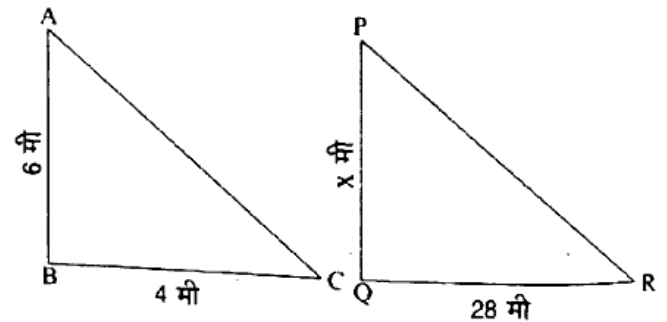
$$= 3 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$$

$$= 462 \text{ cm}^2$$

खण्ड - 'ब'

11. लम्बाई 6 मीटर वाले एक ऊर्ध्वाधर स्तम्भ की भूमि पर छाया की लम्बाई 4 मीटर है जबकि उसी समय एक मीनार की छाया की लम्बाई 28 मीटर है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर- माना AB स्तम्भ तथा PQ मीनार है तथा मीनार x मीटर ऊँची है।



$\triangle ABC$ तथा $\triangle PQR$ समरूप हैं।

$$\text{अतः } \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} \Rightarrow \frac{6}{x} = \frac{4}{28} \Rightarrow 4 \times x = 6 \times 28$$

$$\Rightarrow x = \frac{6 \times 28}{4} = 42$$

अतः मीनार की ऊँचाई 42 मीटर होगी।

एक थैले में 5 काली, 7 लाल तथा 3 सफेद रंग की गेंदें हैं।
यदि इस थैले में से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाये तो प्रायिकता ज्ञात कीजिये कि यह गेंद काली नहीं है। 2

उत्तर- थैले में गेंदें

काली = 5, लाल = 7, सफेद = 3

कुल गेंदें = 15

थैले में एक गेंद निकाला जाता है गेंद की काली न होने की प्रायिकता

$$= \frac{7+3}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

ग्राफीय विधि द्वारा दिखाइये कि समीकरण युग्म $2x + 3y - 1 = 0$ तथा $x + \frac{3}{2}y - 2 = 0$ का कोई हल सम्भव नहीं है।

उत्तर- समीकरणों $2x + 3y - 1 = 0$ तथा

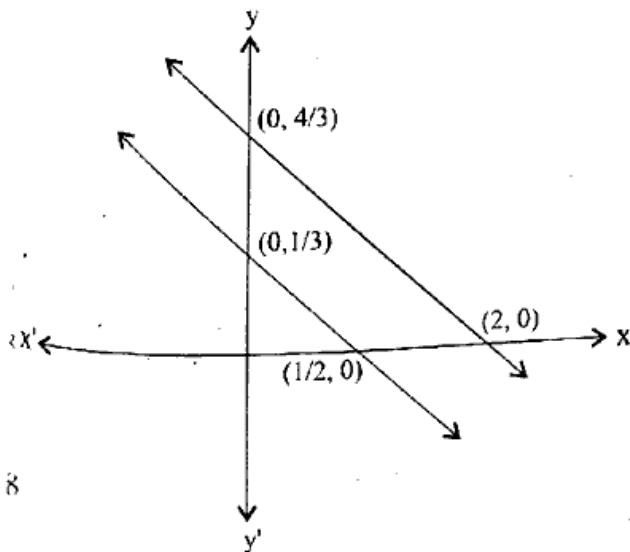
$$x + \frac{3}{2}y - 2 = 0$$

से प्राप्त होता है कि रेखा $2x + 3y - 1 = 0$ बिन्दु $(0, 1/3)$ और $(1/2, 0)$ से गुजरता है तथा रेखा

$$x + \frac{3}{2}y - 2 = 0$$

बिन्दु $(0, 4/3)$ और $(2, 0)$ से गुजरता है।

बिन्दुओं को x अक्ष एवं y अक्ष में दर्शाकर एक सरल रेखा से जोड़ते हैं। जिनका कोई उभयनिष्ठ हल प्राप्त नहीं होता है।



अथवा

$$\text{दि } A = \frac{a^2 - 2a - 15}{a^2 + 7a + 12} \text{ तथा } B = \frac{a^2 - 4a - 77}{a^2 + 11a + 28} \text{ तो}$$

का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

$$A = \frac{a^2 - 2a - 15}{a^2 + 7a + 12} = \frac{(a-5)(a+3)}{(a+3)(a+4)} = \frac{(a-5)}{(a+4)}$$

$$B = \frac{a^2 - 4a - 77}{a^2 + 11a + 28} = \frac{(a-11)(a+7)}{(a+7)(a+4)} = \frac{(a-11)}{(a+4)}$$

$$\text{अब } \frac{A}{B} = \frac{\frac{a-5}{a+4}}{\frac{a-11}{a+4}} = \frac{(a-5)}{(a+4)} \times \frac{(a+4)}{(a-11)} = \frac{a-5}{a-11}$$

$$14. \text{ सिद्ध कीजिये } \sec 41^\circ \sin 49^\circ + \cos 49^\circ \operatorname{cosec} 41^\circ = 2$$

2

उत्तर-

$$\sec 41^\circ \sin 49^\circ + \cos 49^\circ \operatorname{cosec} 41^\circ = 2$$

बायां पक्ष

$$\begin{aligned} & \sec 41^\circ \sin 49^\circ + \cos 49^\circ \operatorname{cosec} 41^\circ \\ \Rightarrow & \sec (90^\circ - 49^\circ) \sin 49^\circ \\ & \quad + \cos 49^\circ \operatorname{cosec} (90^\circ - 49^\circ) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \operatorname{cosec} 49^\circ \sin 49^\circ + \cos 49^\circ \sec 49^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin 49^\circ} \times \sin 49^\circ + \cos 49^\circ \times \frac{1}{\cos 49^\circ}$$

$$\Rightarrow 1 + 1$$

$$\Rightarrow 2 = \text{दायां पक्ष}$$

$$15. \text{ बिन्दुओं } A(5,1) \text{ तथा } B(-1,5) \text{ से कोई बिन्दु } P(x,y) \text{ समान दूरी पर स्थित है। दिखाइये कि } 3x=2y. \quad 2$$

उत्तर-

बिन्दु $A(5, 1)$ तथा $B(-1, 5)$ से बिन्दु $P(x,y)$ समान दूरी पर है अतः

$$(PA)^2 = (PB)^2$$

$$[\sqrt{(x-5)^2 + (y-1)^2}]^2 = [\sqrt{(x+1)^2 + (y-5)^2}]^2$$

$$\Rightarrow (x-5)^2 + (y-1)^2 = (x+1)^2 + (y-5)^2$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & x^2 + 25 - 10x + y^2 + 1 - 2y = x^2 + 1 \\ & \quad + 2x + y^2 + 25 - 10y \end{aligned}$$

$$\Rightarrow -10x - 2y = 2x - 10y$$

$$\Rightarrow -10x - 2x = -10y + 2y$$

$$\Rightarrow -12x = -8y$$

$$\Rightarrow 3x = 2y \quad \text{इति सिद्धम्}$$

खण्ड - 'स'

16. सिद्ध कीजिये $\frac{\tan A + \sec A - 1}{\tan A - \sec A + 1} = \frac{1 + \sin A}{\cos A}$ 3

उत्तर- $\frac{\tan A + \sec A - 1}{\tan A - \sec A + 1} = \frac{1 + \sin A}{\cos A}$
 बायां पक्ष = $\frac{\tan A + \sec A - 1}{\tan A - \sec A + 1}$
 $= \frac{(\tan A + \sec A) - (1 - (\sec^2 A - \tan^2 A))}{1 - \sec A + \tan A}$
 $= \frac{(\tan A + \sec A) - [(\sec^2 A + \tan^2 A)]}{1 - \sec A + \tan A}$
 $= \frac{(\tan A + \sec A) (1 - \sec A + \tan A)}{1 - \sec A + \tan A}$
 $= \tan A + \sec A$
 $= \frac{\sin A}{\cos A} + \frac{1}{\cos A} = \frac{\sin A + 1}{\cos A} = \text{दायां पक्ष}$

अथवा

सिद्ध कीजिये $\frac{\tan \theta}{\sec \theta - 1} + \frac{\tan \theta}{\sec \theta + 1} = 2 \operatorname{cosec} \theta$

उत्तर- $\frac{\tan \theta}{\sec \theta - 1} + \frac{\tan \theta}{\sec \theta + 1} = 2 \operatorname{Cosec} \theta$

बायां पक्ष $\frac{\tan \theta}{\sec \theta - 1} + \frac{\tan \theta}{\sec \theta + 1}$
 $\Rightarrow \frac{\frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{\frac{1}{\cos \theta} - 1} + \frac{\frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{\frac{1}{\cos \theta} + 1}$
 $\Rightarrow \frac{\frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{\frac{1 - \cos \theta}{\cos \theta}} + \frac{\frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{\frac{1 + \cos \theta}{\cos \theta}}$
 $\Rightarrow \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$
 $\Rightarrow \frac{\sin \theta (1 + \cos \theta) + \sin \theta (1 - \cos \theta)}{(1 - \cos \theta) (1 + \cos \theta)}$
 $\Rightarrow \frac{\sin \theta + \sin \theta \cos \theta + \sin \theta - \sin \theta \cos \theta}{1 - \cos^2 \theta}$
 $\Rightarrow \frac{2 \sin \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{2}{\sin \theta} = 2 \operatorname{Cosec} \theta$ दायां पक्ष

17. K के किस मान के लिए, निम्न रेखिक समीकरणों के युग्म के अपरिमित रूप से अनेक हल होंगे: 3

$Kx + 3y - (k - 3) = 0$

$12x + ky - k = 0$

उत्तर- दिये समीकरणों $Kx + 3y - (K - 3) = 0$

$12x + ky - K = 0$ की तुलना

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ तथा $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ से करने पर

$a_1 = K$ $a_2 = 12$

$b_1 = 3$ $b_2 = K$

$c_1 = -(K - 3)$ $c_2 = -K$

अपरिमित रूप से अनेक हल होने के लिए

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

$\frac{K}{12} = \frac{3}{K} = \frac{-(K - 3)}{-K}$

प्रथम दो अनुपातों से $K^2 = 36$

$\sqrt{K} = 36 = \pm 6$

18. 18 को ऐसे दो भागों में बाँटिये कि उनके वर्गों के योग का दूना

उनके गुणनफल के 5 गुने के बराबर हो। 3

उत्तर- माना 18 का प्रथम भाग = x

तथा दूसरा भाग = 18 - x

प्रश्नानुसार

$[x^2 - (18 - x)^2] \times 2 = [x \times (18 - x)] \times 5$
 $\Rightarrow [x^2 - 18^2 + x^2 - 36x] \times 2 = [18x - x^2] \times 5$
 $\Rightarrow [2x^2 + 324 - 36x] \times 2 = 90x - 5x^2$
 $\Rightarrow 4x^2 + 648 - 72x = 90x - 5x^2$
 $\Rightarrow 4x^2 + 5x^2 - 72x - 90x + 648 = 0$
 $\Rightarrow 9x^2 - 162x + 648 = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 18x + 72 = 0$
 $\Rightarrow x^2 - (12 + 6)x + 72 = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 12x - 6x + 72 = 0$
 $\Rightarrow x(x - 12) - 6(x - 12) = 0$
 $\Rightarrow (x - 6)(x - 12) = 0$
 $\Rightarrow x = 6, 12$

अतः 18 के वह दो भाग 6 और 12 हैं।

19. सिद्ध कीजिये कि शीर्ष बिन्दु $A(3, 0)$, $B(6, 4)$ तथा $C(-1, 3)$ वाला त्रिभुज एक समद्विबाहु त्रिभुज है। 3

उत्तर- बिन्दु A(3, 0), B(6, 4) तथा C(-1, 3) से निर्मित त्रिभुज में दूरी के सूत्र से

$$AB = \sqrt{(6-3)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

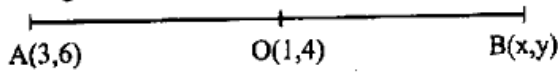
$$BC = \sqrt{(-1-6)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{(-7)^2 + (-1)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{(-1-3)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (3)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

∴ AB=AC अतः ΔABC समद्विबाहु त्रिभुज हैं।

20. किसी रेखा-खण्ड के मध्य बिन्दु के निर्देशांक (1, 4) हैं। इसके एक सिरे के निर्देशांक (3, 6) हैं तो दूसरे सिरे के निर्देशांक क्या होंगे? 3

उत्तर- प्रश्नानुसार



माना मध्य बिन्दु O(1, 4) तथा एक सिरे A(3, 6) है और दूसरा सिरे B(x, y) है।

मध्य बिन्दु के सूत्र से

$$(1, 4) = \left(\frac{3+x}{2}, \frac{6+y}{2} \right)$$

तुलना करने पर

$$1 = \frac{3+x}{2} \quad \text{और} \quad 4 = \frac{6+y}{2}$$

$$3+x=2 \quad 6+y=8$$

$$x=-1 \quad y=2$$

दूसरे सिरे के निर्देशांक (-1, 2) हैं।

21. एक पर्स में रु. 2 तथा रु. 5 के सिक्के हैं। यदि कुल सिक्कों की संख्या 60 हो तथा कुल सिक्कों का मूल्य रु. 195 हो तो प्रत्येक प्रकार के सिक्के की संख्या बताइये। 3

उत्तर- माना पर्स में रु. 2 के सिक्कों की संख्या x है।

तथा पर्स में रु. 5 के सिक्कों की संख्या 60-x है।

प्रश्नानुसार

$$2 \times x + 5 \times (60-x) = 195$$

$$2x + 300 - 5x = 195$$

$$-3x = 195 - 300$$

$$-3x = -105$$

$$x = 35$$

अतः रु. 2 के सिक्कों की संख्या 35 है तथा रु. 5 के सिक्कों की संख्या 60-35=25 है।

अथवा

कोई दुकानदार रु. 1200 में कुछ पुस्तकें खरीदता है। यदि इसी धनराशि में वह 10 पुस्तकें अधिक खरीदता तो उसे प्रत्येक पुस्तक पर रु. 20 कम देना पड़ता। बताइये उसने कुल कितनी पुस्तकें खरीदी?

उत्तर- माना दुकानदार ने कुल पुस्तकें खरीदी = x

तथा प्रत्येक पुस्तक का मूल्य = y

प्रश्नानुसार

$$x \times y = 1200$$

$$y = \frac{1200}{x}$$

..... (1)

तथा $(x+10) \times (y-20) = 1200$

$$\Rightarrow (x+10) \times \left(\frac{1200}{x} - \frac{20}{1} \right) = 1200$$

$$\Rightarrow (x+10) \times \left(\frac{1200-20x}{x} \right) = 1200$$

$$\Rightarrow (x+10)(1200-20x) = 1200 \times x$$

$$\Rightarrow 1200x - 20x^2 + 12000 - 200x = 1200x$$

$$\Rightarrow -20x^2 - 200x + 12000 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 10x - 600 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + (30-20)x - 600 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 30x - 20x - 600 = 0$$

$$\Rightarrow x(x+30) - 20(x+30) = 0$$

$$\Rightarrow (x-20)(x+30) = 0$$

$$\Rightarrow x = -30 \text{ (छोड़ने पर)}$$

$$\Rightarrow x = 20$$

अतः दुकानदार ने कुल 20 पुस्तकें खरीदी थी।

22. सिद्ध कीजिये कि $3\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है। 3

उत्तर- माना $3\sqrt{2}$ परिमेय है।

$$\frac{1}{3} \times 3\sqrt{2} \text{ भी परिमेय होगा।}$$

(∵ परिमेय संख्याओं का गुणनफल परिमेय होता है।)

$\sqrt{2}$ भी परिमेय होगा।

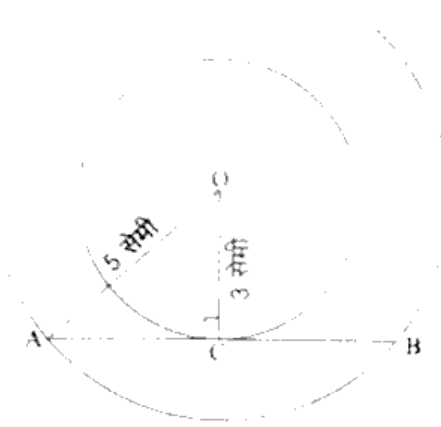
जो कि गलत है क्योंकि $\sqrt{2}$ तो अपरिमेय है इस प्रकार यह मानना कि $3\sqrt{2}$ परिमेय है गलत है अतः $3\sqrt{2}$ अपरिमेय संख्या है।

23. दो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्याये 5 सेमी तथा 3 सेमी है। बड़े वृत्त की उस जीवा की लम्बाई ज्ञात कीजिये जो छोटे वृत्त को स्पर्श करती हो। 3

उत्तर- (O) वृत्तों का केन्द्र है।

AB बड़े वृत्त की जीवा जो छोटे वृत्त को स्पर्श करती है।

माना AC = x



$$\Rightarrow \Delta OAC \text{ में } (5)^2 = x^2 + 3^2$$

$$\Rightarrow 25 = x^2 + 9$$

$$\Rightarrow 25 - 9 = x^2$$

$$\Rightarrow 16 = x^2$$

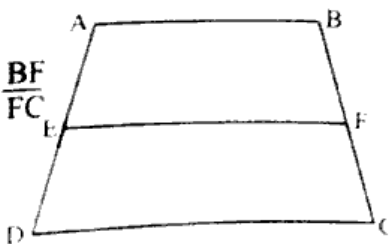
$$x = \sqrt{16} = \pm 4$$

$$AB = 2AC = 2 \times 4 = 8 \text{ सेमी}$$

24. चित्र ABCD में एक समलम्ब चतुर्भुज है। यदि $AB \parallel DC$

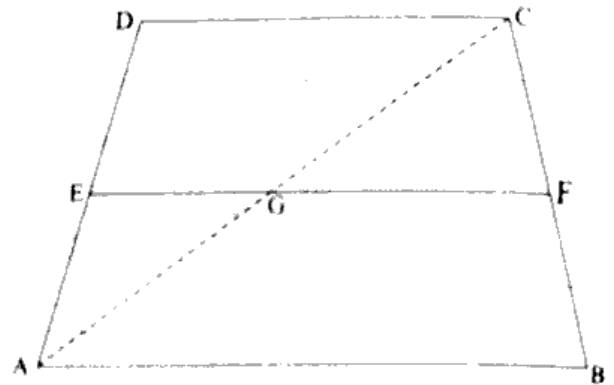
तथा $EF \parallel AB$ हों तो

दिखाइये कि $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$



उत्तर- दिया है समलम्ब चतुर्भुज ABCD में $AB \parallel DC$ तथा $EF \parallel AB$

दर्शाना है- $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$



A को C से जोड़ा जो कि EF को G पर काटती है।

उत्पत्ति-

ΔADC में $DC \parallel EG$

$$\frac{AE}{ED} = \frac{AG}{GC} \quad \dots\dots\dots(1)$$

(समरूपता का आधार भूत प्रमेय से)

ΔCAB में $GF \parallel AB$

$$\frac{AG}{GC} = \frac{BF}{FC} \quad \dots\dots\dots(1)$$

(समरूपता का आधारभूत प्रमेय से)

समी. (1) व (2) से

$$\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC} \quad \text{इति सिद्धम्}$$

25. त्रिज्या 4.2 cm वाले धातु के एक गोले को पिघलाकर त्रिज्या 6 cm वाले एक बेलन के रूप में ढाला जाता है। बेलन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। 3

उत्तर- गोले की त्रिज्या (r) = 4.2

बेलन की त्रिज्या (R) = 6 सेमी

माना बेलन की ऊँचाई = h सेमी

बेलन का आयतन = गोले का आयतन

$$\pi R^2 h = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$(6)^2 \times h = \frac{4}{3} (4.2)^3$$

$$h = \frac{4 \times 4.2 \times 4.2 \times 4.2}{3 \times 6 \times 6}$$

$$h = 2.058$$

अतः बेलन की ऊँचाई 2.05 सेमी होगी।

खण्ड - 'द'

26. समुद्र तल से 1000 मीटर की ऊँचाई पर स्थित एक हवाई जहाज से एक व्यक्ति समुद्र में स्थित दो जलयानों के अवनमन कोण 60° तथा 45° नापता है। यदि जलयान उस व्यक्ति के दोनों तरफ स्थित हों तो जलयानों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिये। ($\sqrt{3}=1.732$)

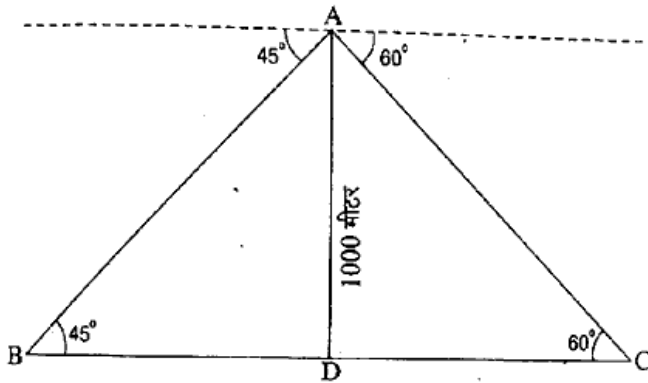
6

उत्तर- माना A व्यक्ति की स्थिति है।

B तथा C दोनों जलयानों की स्थिति है।

AD = 1000 मीटर

माना जलयानों के बीच की दूरी $x + y$ है।



ΔABD में

$$\tan 45^\circ = \frac{1000}{x}$$

$$1 = \frac{1000}{x}$$

$$x = 1000$$

.....(1)

तथा ΔACD में

$$\tan 60^\circ = \frac{1000}{y}$$

$$\sqrt{3} = \frac{1000}{y}$$

$$y = \frac{1000}{\sqrt{3}} = \frac{1000}{1.732} = 577.36 \quad \text{.....(2)}$$

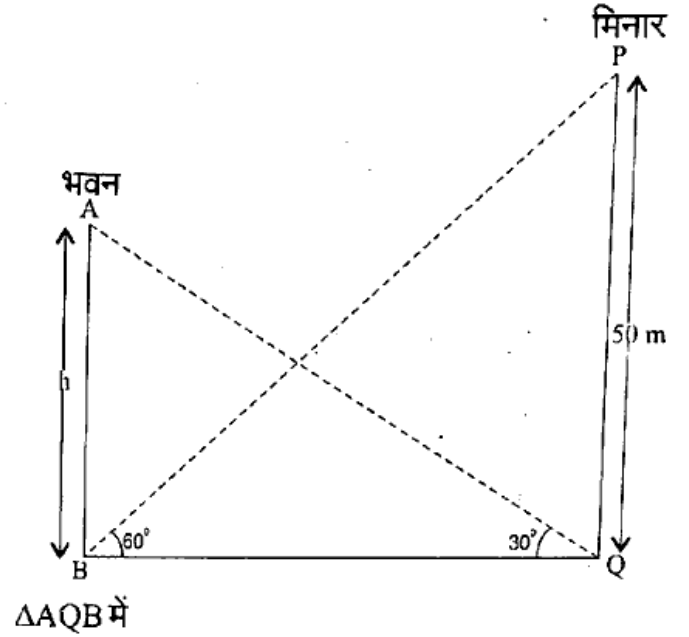
समी. (1) व (2) को जोड़ने पर दोनों जलाशयों की मध्य की दूरी $x + y = 1000 + 577.6 = 1577.36$ मीटर

अथवा

एक मीनार के पाद-बिन्दु से एक भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30° है और भवन के पाद-बिन्दु से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 60° है। यदि मीनार 50 मीटर ऊँची हो, तो भवन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर- माना AB = h मीटर भवन की ऊँचाई है।

PQ = 50 मीटर मीनार की ऊँचाई है।



ΔAQB में

$$\tan 30^\circ = \frac{h}{BQ}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{BQ}$$

$$BQ = h\sqrt{3}$$

.....(1)

ΔPBQ में

$$\tan 60^\circ = \frac{50}{BQ}$$

$$\sqrt{3} = \frac{50}{BQ}$$

$$BQ = \frac{50}{\sqrt{3}}$$

.....(2)

समी. (1) व (2) से

$$h\sqrt{3} = \frac{50}{\sqrt{3}}$$

$$3h = 50$$

$$h = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$$

अतः भवन की ऊँचाई = $16\frac{2}{3}$ मीटर है।

27. किसी कार्य को पूरा करने में अनुभव की अपेक्षा अभिषेक 6 दिन कम लगाता है। यदि दोनों मिलकर एक साथ उस काम को 4 दिन में पूरा करते हैं तो बताइये कि अनुभव अकेले कितने दिनों में उस काम को पूरा करेगा?

6

उत्तर- माना अनुभव कार्य को x दिन में पूरा करता है।

तथा अभिशेख कार्य को $x-6$ दिन में पूरा करता है।

अनुभव का 1 दिन का कार्य = $\frac{1}{x}$ भाग

अभिशेख का 1 दिन का कार्य = $\frac{1}{x-6}$ भाग

दोनों का एक दिन का कार्य = $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-6}$

$$= \frac{x-6+x}{x(x-6)} = \frac{2x-6}{x(x-6)}$$

दोनों मिलकर कार्य को 4 दिन में पूरा करते हैं।

$$\text{अतः} \quad \frac{x(x-6)}{2x-6} = \frac{4}{1}$$

$$\frac{x^2-6x}{2x-6} = \frac{4}{1}$$

$$\Rightarrow x^2-6x=8x-24$$

$$\Rightarrow x^2-14x+24=0$$

$$\Rightarrow x^2-(12+2)x+24=0$$

$$\Rightarrow x^2-12x-2x+24=0$$

$$\Rightarrow x(x-12)-2(x-12)=0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x-12)=0$$

$$x=2 \text{ (छोड़ने पर)}$$

$$x=12$$

अतः अनुभव अकेले उस कार्य को 12 दिन में पूरा करेगा।

अथवा

यदि किसी यात्री ट्रेन की चाल 5 किमी/घंटा बढ़ा दी जाये तो वह 150 किमी की दूरी तय करने में एक घंटा कम समय लेती है। ट्रेन की मूल चाल ज्ञात कीजिये।

उत्तर- माना ट्रेन की मूल चाल = x किमी./घंटा

ट्रेन की बड़ी हुई चाल = $(x+5)$ किमी./घंटा

दूरी = 150 किमी.

समय प्रथम अवस्था में - समय द्वितीय अवस्था में = 1 घंटा

$$\frac{150}{x} - \frac{150}{x+5} = 1 \quad \left[\text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} \right]$$

$$\frac{150(x+5) - 150x}{x(x+5)} = 1$$

$$150x + 750 - 150x = x(x+5)$$

$$750 = x^2 + 5x$$

$$x^2 + 5x - 750 = 0$$

$$x^2 + 30x - 25x - 750 = 0$$

$$x(x+30) - 25(x+30) = 0$$

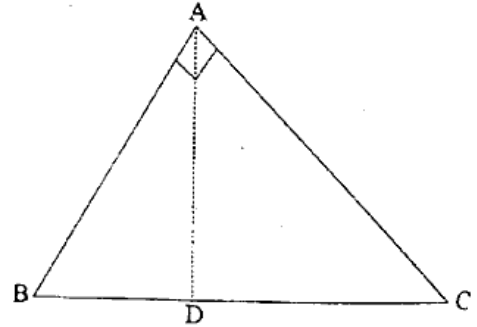
$$(x-25)(x+30) = 0$$

$$x = -30 \text{ (छोड़ने पर)}$$

$$x = 25$$

अतः ट्रेन की मूल चाल 25 किमी./घंटा है।

28. यदि किसी समकोण त्रिभुज में समकोण वाले शीर्ष से कर्ण पर लम्ब खींचा जाये तो इस प्रकार बने दोनों त्रिभुज तथा मूल त्रिभुज आपस में समरूप होते हैं। चित्र में $\angle BAC = 90^\circ$ तथा $AD \perp BC$ हो तो उपरोक्त से सिद्ध कीजिए कि $AD^2 = BD \times DC$. <https://www.ukboardonline.com> 6



उत्तर- ΔABC में

$$\angle BAC = 90^\circ, \quad AD \perp BC$$

ΔBDA और ΔBAC में

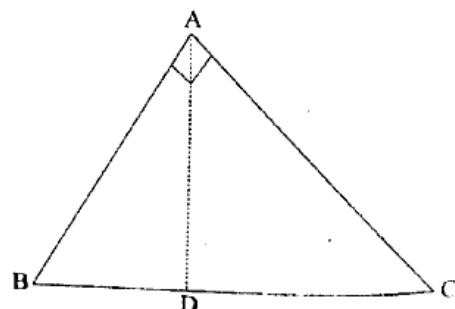
$$\angle B = \angle B$$

$$\angle BDA = \angle BAC \text{ (प्रत्येक } 90^\circ)$$

$$\Delta BDA \sim \Delta BAC \text{ (AA समरूपता)}$$

इसी प्रकार $\Delta ADC \sim \Delta ABC$

अतः $\Delta BDA \sim \Delta ADC$ तो



$$\frac{AD}{BD} = \frac{DC}{AD}$$

$AD^2 = BD \cdot DC$ इति सिद्धम्

29. 36 सेमी आन्तरिक व्यास वाला एक अर्द्धगोलीय कटोरा किसी द्रव पदार्थ से भरा है। इस द्रव को 3 सेमी त्रिज्या तथा 6 सेमी ऊंचाई वाली बेलनाकार बोतलों में भरना है। ज्ञात कीजिए कि कटोरे को पूरा खाली करने के लिए कितनी बोतलों की आवश्यकता होगी?

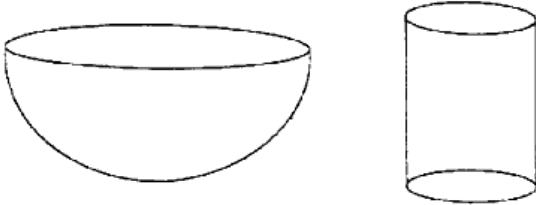
6

उत्तर- अर्द्धगोले का व्यास = 36 सेमी.

अर्द्धगोले की त्रिज्या (r) = 18 सेमी.

बेलनाकार बोतल की त्रिज्या (R) = 3 सेमी.

बेलनाकार बोतल की ऊंचाई (h) = 6 सेमी.



$$\begin{aligned} \text{बोतलों की संख्या} &= \frac{\text{अर्द्धगोले का आयतन}}{\text{एक बेलनाकार बोतल का आयतन}} \\ &= \frac{\frac{2}{3} \pi r^3}{\pi R^2 h} = \frac{\frac{2}{3} (18)^3}{3^2 \times 6} \\ &= \frac{2 \times 18 \times 18 \times 18}{3 \times 3 \times 3 \times 6} = 72 \end{aligned}$$

अतः बेलनाकार बोतलों की संख्या 72 होगी।

30. निम्नलिखित बारंबारता बंटन का माध्य 62.8 है। समस्त बारंबारताओं का योग 50 है। बारंबारताओं f_1 तथा f_2 की गणना कीजिए:

6

वर्ग अंतराल	बारंबारता
0 - 20	5
20 - 40	f_1
40 - 60	10
60 - 80	f_2
80 - 100	7
100 - 120	8
योग	50

उत्तर-

वर्गान्तर	बारम्बारता	मध्यमान
0-20	5	10
20-40	f_1	30
40-60	10	50
60-80	f_2	70
80-100	7	90
100-120	8	110
योग	50	

$$\sum f_i = 50$$

$$5 + f_1 + 10 + f_2 + 7 + 8 = 50$$

$$30 + f_1 + f_2 = 50$$

$$f_1 + f_2 = 20$$

$$f_2 = 20 - f_1 \quad \dots\dots(1)$$

$$\text{माध्य} = 62.8$$

$$\frac{\sum fix_i}{\sum f_i} = 62.8$$

$$\frac{5 \times 10 + f_1 \times 30 + 10 \times 50 + f_2 \times 70 + 7 \times 90 + 8 \times 110}{50} = 62.8$$

$$50 + 30f_1 + 500 + 70f_2 + 630 + 880 = 3140$$

$$2060 + 30f_1 + 70f_2 = 3140$$

$$30f_1 + 70f_2 = 1080$$

$$- \quad 3f_1 + 7f_2 = 108 \quad \dots\dots(2)$$

$$3f_1 + 7(20 - f_1) = 108 \quad \text{समी. (1) से}$$

$$3f_1 + 140 - 7f_1 = 108$$

$$-4f_1 = -32$$

$$f_1 = 8$$

f_1 का मान समी. (1) में रखने पर

$$f_2 = 20 - 8 = 12$$

$$\text{अतः } f_1 = 8$$

$$f_2 = 12$$