

उत्तराखण्ड बोर्ड परीक्षा प्रश्नपत्र 2018

231(HXH)

गणित

समय : 3 घण्टे

पूर्णांक : 80

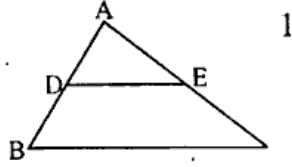
- निर्देश : (i) इस प्रश्न पत्र में कुल 30 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
(ii) प्रश्न संख्या 1 से 10 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है। प्रश्न संख्या 11 से 15 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है, प्रश्न संख्या 16 से 25 तक प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है तथा प्रश्न संख्या 26 से 30 तक प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है।
(iii) प्रश्न संख्या 1 से 5 तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं। इनमें प्रत्येक प्रश्न के उत्तर में चार विकल्प दिये गये हैं। सही विकल्प अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए।
(iv) प्रश्न पत्र में कोई समग्र व्यापक विकल्प नहीं है, तथापि दो अंकों वाले दो प्रश्नों में, तीन अंकों वाले तीन प्रश्नों में तथा छः अंकों वाले तीन प्रश्नों में आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है। ऐसे प्रश्नों में केवल एक विकल्प का ही उत्तर दीजिए।
(v) रचना वाले प्रश्न में आरेखन स्वच्छ हो और दिये गये मापन के सर्वथा अनुरूप हो।
(vi) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

1. निम्न में परिमेय संख्या है- 1
(i) $\sqrt{2}$ (ii) π (iii) 0.375 (iv) $5 - \sqrt{3}$
उत्तर: (iii) 0.375
 $\therefore \frac{375}{1000} = \frac{375}{1000}$
2. द्विघात बहुपद $x^2 + 7x + 10$ के शून्यकों का गुणनफल है- 1
(i) 1 (ii) 7 (iii) 10 (iv) 17
उत्तर: (iii) 10
 $\therefore x^2 + 7x + 10$
यहाँ $a = 1, b = 7, c = 10$
मूलों का गुणनफल $= \frac{c}{a} = \frac{10}{1} = 10$
- द्विघात समीकरण $2x^2 - 4x + 3 = 0$ का विविक्तकर होगा- 1
(i) 24 (ii) 16 (iii) 3 (iv) -8
उत्तर: (iv) -8
 $\therefore 2x^2 - 4x + 3 = 0$
यहाँ $a = 2, b = -4, c = 3$
विविक्तकर $= b^2 - 4ac$
 $= (-4)^2 - 4 \times 2 \times 3$
 $= 16 - 24$
 $= -8$
3. वृत्त के एक बिन्दु पर कितनी स्पर्श रेखाएँ हो सकती हैं- 1
(i) 1 (ii) 2 (iii) 3 (iv) 4
उत्तर: (i) 1
4. असंभव घटना की प्रायिकता होती है-
(i) 0 (ii) 1 (iii) -1 (iv) ∞
उत्तर: (i) 0
5. समान्तर श्रेणी (A.P.) 1, 4, 7, 10 का 10वां पद ज्ञात कीजिए। 1
उत्तर: 1, 4, 7, 10, 10वाँ पद
यहाँ $a = 1, d = 4 - 1 = 3$
 $a_n = a + (n-1)d$
 $a_{10} = 1 + (10-1)3$
 $= 1 + 9 \times 3$
 $= 1 + 27$
 $= 28$
6. यदि $\sin A = \frac{3}{5}$ तो $\cos A$ का मान ज्ञात कीजिए। 1
उत्तर: $\therefore \sin A = \frac{3}{5}$
 $\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A}$
 $= \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2}$

$$= \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{25-9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \pm \frac{4}{5}$$

8. चित्र में, $DE \parallel BC$ तथा $\frac{AD}{DB} = \frac{2}{3}$ है। यदि $EC = 6$ सेमी हो तो AE ज्ञात कीजिए।

उत्तर: दिया है
 $DE \parallel BC$



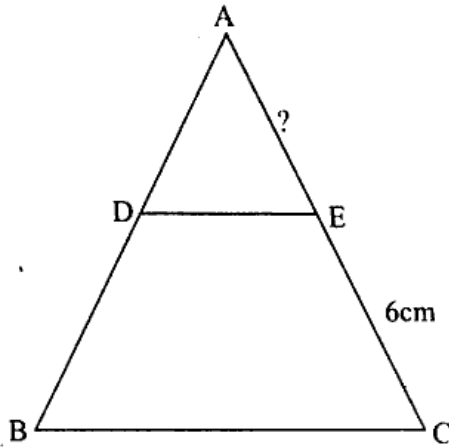
$\frac{AD}{DB} = \frac{2}{3}$
BPT प्रमेय से

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{AE}{6}$$

$$3AE = 12$$

$$AE = 4 \text{ सेमी.}$$



9. ऊँचाई 7 सेमी और आधार व्यास 10 सेमी वाले बेलन का अनुपात ज्ञात कीजिए।

उत्तर: बेलन में

$$h = 7 \text{ सेमी.}$$

$$d = 10 \text{ सेमी.}$$

$$\text{आयतन} = ?$$

$$r = \frac{d}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ सेमी.}$$

$$\text{बेलन का आयतन} = \pi r^2 h$$

$$= \frac{22}{7} \times 5^2 \times 7$$

$$= \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \times 7$$

$$= 550 \text{ सेमी}^3$$

10. निम्न सारणी में x का मान ज्ञात कीजिए-

पद	बारंबारता	संचयी बारंबारता
2	6	6
4	20	26
6	24	50
8	28	x
10	15	93

उत्तर:

पद	बारंबारता	संचयी बारंबारता
2	6	6
4	20	26
6	24	50
8	28	$78 = x$
10	15	93

$$x = 78$$

11. अनुपातों $\frac{a_1}{a_2}$, $\frac{b_1}{b_2}$ और $\frac{c_1}{c_2}$ की तुलना कर ज्ञात कीजिए कि निम्न रेखिक समीकरण युग्म द्वारा निरूपित रेखाएँ एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं, समांतर हैं अथवा संपाती हैं।

$$\text{उत्तर: } x + 2y - 4 = 0$$

$$2x + 4y - 12 = 0$$

यहाँ

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 2$$

$$b_1 = 2$$

$$b_2 = 4$$

$$c_1 = -4$$

$$c_2 = -12$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \frac{c_1}{c_2} = \frac{-4}{-12} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \text{ [समान्तर रेखाएँ हैं]}$$

12. यदि $\cos \theta = \frac{12}{13}$ तो $\cot \theta + \operatorname{cosec} \theta$ का मान ज्ञात कीजिए।

$$\text{उत्तर: } \cos \theta = \frac{12}{13}$$

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{144}{169}}$$

$$= \sqrt{\frac{169 - 144}{169}} = \sqrt{\frac{25}{169}} = \pm \frac{5}{13}$$

अब,

$$\cot \theta + \operatorname{cosec} \theta$$

$$= \frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \frac{1}{\sin \theta}$$

$$= \frac{\frac{12}{13}}{\frac{5}{13}} + \frac{1}{\frac{5}{13}}$$

$$= \frac{12}{13} \times \frac{13}{5} + \frac{13}{5}$$

$$= \frac{12}{5} + \frac{13}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

13. y-अक्ष पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (6, 5) तथा (-4, 3) से समदूरस्थ हो। 2

उत्तर: माना y अक्ष पर वह बिन्दु P(0, y) है।

तथा A(6, 5), B(-4, 3) है।

अतः PA = PB

$$\sqrt{(6-0)^2 + (5-y)^2} = \sqrt{(-4-0)^2 + (3-y)^2}$$

$$\sqrt{6^2 + (5-y)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (3-y)^2}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$36 + (5-y)^2 = 16 + (3-y)^2$$

$$(5-y)^2 - (3-y)^2 = 16 - 36$$

$$5^2 + y^2 - 2 \times 5 \times y - \{3^2 + y^2 - 2 \times 3 \times y\} = -20$$

$$25 + y^2 - 10y - 9 - y^2 + 6y = -20$$

$$16 - 4y = -20$$

$$-4y = -20 - 16$$

$$-4y = -36$$

$$y = 9$$

अतः वह बिन्दु (0, 9) है।

अथवा

बिन्दुओं (4, -1) और (-2, -3) को जोड़ने वाले रेखाखण्ड के मध्य बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

उत्तर: बिन्दुओं (4, -1) और (-2, -3) को जोड़ने वाले रेखाखण्ड के मध्य बिन्दु के निर्देशांक

$$= \left(\frac{4 + (-2)}{2}, \frac{-1 + (-3)}{2} \right) \quad \because \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$= \left(\frac{2}{2}, \frac{-4}{2} \right)$$

$$= (1, -2)$$

14. दो खिलाड़ी संगीता और रेशमा टेनिस का एक मैच खेलते हैं। यह ज्ञात है कि संगीता द्वारा मैच जीतने की प्रायिकता 0.62 है। रेशमा के जीतने की प्रायिकता क्या है? 2

उत्तर: संगीता द्वारा मैच जीतने की प्रायिकता = 0.62

संगीता द्वारा मैच हारने की प्रायिकता = 1 - 0.62 = 0.38

अतः रेशमा द्वारा मैच जीतने की प्रायिकता = 0.38

अथवा

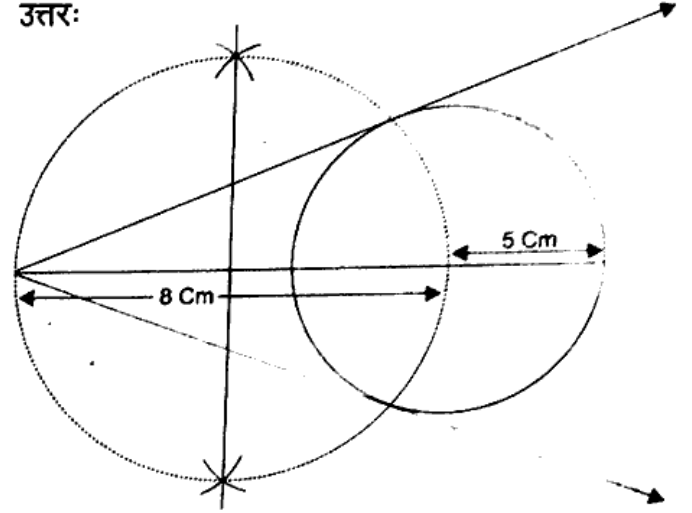
एक थैले में 3 लाल और 5 काली गेंदें हैं। इस थैले में से एक गेंद यादृच्छ्या निकाली जाती है। इसकी प्रायिकता क्या है कि गेंद लाल हो? उत्तर:

उत्तर: थैले में लाल गेंद = 3, काली = 5, कुल गेंदें = 8

गेंद के लाल होने की प्रायिकता = 3/8

15. 5 सेमी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। केन्द्र से 8 सेमी दूर स्थित एक बिन्दु से वृत्त पर स्पर्श रेखा युग्म की रचना कीजिए। 2

उत्तर:



16. यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग करके 4830 तथा 759 का HCF ज्ञात कीजिए। 3

उत्तर: 4830 तथा 759 का HCF

यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म से

$$4830 = 759 \times 6 + 276$$

$$759 = 276 \times 2 + 207$$

$$276 = 207 \times 1 + 69$$

$$207 = 69 \times 3 + 0$$

अतः HCF (4830, 759) = 69

अथवा

सिद्ध कीजिए कि $6 + \sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

उत्तर: माना $6 + \sqrt{2}$ परिमेय संख्या है।

$$\text{अतः } 6 + \sqrt{2} = \frac{a}{b}$$

[जहाँ a और b पूर्णांक हैं तथा इनका कोई भी उभयनिष्ठ गुणनखण्ड नहीं है।]

$$\sqrt{2} = \frac{a}{b} - \frac{6}{1}$$

$$= \frac{a - 6b}{b}$$

$$\frac{a - 6b}{b} \text{ एक परिमेय संख्या है।}$$

$$\sqrt{2} \text{ एक अपरिमेय संख्या है।}$$

एक अपरिमेय संख्या एक परिमेय संख्या के बराबर नहीं हो सकती। यह विरोधाभास हमारे गलत धारणा के कारण हुआ है। अतः $6 + \sqrt{2}$ परिमेय नहीं अपरिमेय संख्या है।

17. ऐसी दो संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योग 27 और गुणनफल 182 हो। 3

उत्तर: माना पहली संख्या = x

$$\text{दूसरी संख्या} = 27 - x$$

प्रश्नानुसार

$$\begin{aligned} x(27-x) &= 182 \\ \Rightarrow 27x - x^2 &= 182 \\ \Rightarrow -x^2 + 27x - 182 &= 0 \\ \Rightarrow x^2 - 27x + 182 &= 0 \\ \Rightarrow x^2 - (14+13)x + 182 &= 0 \\ \Rightarrow x^2 - 14x - 13x + 182 &= 0 \\ \Rightarrow x(x-14) - 13(x-14) &= 0 \\ \Rightarrow (x-13)(x-14) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l|l} \text{यदि } x-13=0 & \text{और यदि } x-14=0 \\ x=13 & x=14 \end{array}$$

अतः वह संख्याएँ 13 व 14 हैं।

18. समीकरणों $\frac{x}{7} + \frac{y}{3} = 5$ और $\frac{x}{2} - \frac{y}{9} = 6$ को हल कीजिए। 3

उत्तर: $\frac{x}{7} + \frac{y}{3} = 5$ (1)

$$\frac{x}{2} - \frac{y}{9} = 6$$
(2)

समी. (1) को 21 से गुणा करने पर

$$21 \times \frac{x}{7} + 21 \times \frac{y}{3} = 21 \times 5$$

$$3x + 7y = 105$$
 (3)

समी. (2) को 18 से गुणा करने पर

$$18 \times \frac{x}{2} - 18 \times \frac{y}{9} = 18 \times 6$$

$$9x - 2y = 108$$
 (4)

समी. (3) को 3 से गुणा करने पर

$$9x + 21y = 315$$
(5)

$$9x - 2y = 108$$
(6)

$$\begin{array}{r} - \quad + \quad - \\ \hline 23y = 207 \end{array}$$

$$y = \frac{207}{23} = 9$$

$y = 9$ समी (3) में रखने पर

$$3x + 7 \times 9 = 105$$

$$3x + 63 = 105$$

$$3x = 105 - 63$$

$$3x = 42$$

$$x = \frac{42}{3} = 14$$

$$x = 14, y = 9$$

19. उस समांतर श्रेणी (A.P.) के प्रथम 22 पदों का योग ज्ञात कीजिए, जिसमें $d = 7$ और 22वाँ पद 149 है। 3

उत्तर: समांतर श्रेणी में

$$S_{22} = ?, d = 7, a_{22} = 149$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$a_{22} = a + (22-1)7 = 149$$

$$= a + 21 \times 7 = 149$$

$$= a + 147 = 149$$

$$a = 149 - 147 = 2$$

$$a = 2$$

अब

$$S_n = n/2 [2a + (n-1)d]$$

$$S_{22} = 22/2 [2 \times 2 + (22-1)7]$$

$$= 11 [4 + 21 \times 7]$$

$$= 11 [4 + 147]$$

$$= 11 \times 151 = 1661$$

20. सिद्ध कीजिए $\frac{\cos A}{1 + \sin A} + \frac{1 + \sin A}{\cos A} = 2 \sec A$ 3

उत्तर: $\frac{\cos A}{1 + \sin A} + \frac{1 + \sin A}{\cos A} = 2 \sec A$

बायाँ पक्ष

$$\frac{\cos A}{1 + \sin A} + \frac{1 + \sin A}{\cos A}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos^2 A + (1 + \sin A)^2}{(1 + \sin A) \cos A}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos^2 A + 1^2 + \sin^2 A + 2 \cdot 1 \cdot \sin A}{(1 + \sin A) \cos A}$$

$$= \frac{1 + 1 + 2 \sin A}{(1 + \sin A) \cos A} = \frac{2(1 + \sin A)}{(1 + \sin A) \cos A}$$

$$= \frac{2}{\cos A} = 2 \sec A \quad \text{दायाँ पक्ष}$$

अथवा

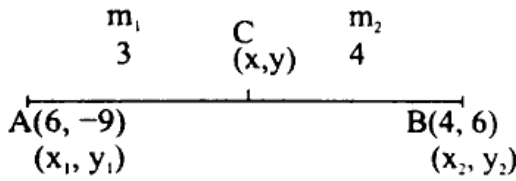
सिद्ध कीजिए- $(\sec A + \tan A)^2 = \frac{1 + \sin A}{1 - \sin A}$

उत्तर: $(\sec A + \tan A)^2 = \frac{1 + \sin A}{1 - \sin A}$

बायाँ पक्ष

$$\begin{aligned} & (\sec A + \tan A)^2 \\ &= \left(\frac{1}{\cos A} + \frac{\sin A}{\cos A} \right)^2 \\ &= \left[\frac{1 + \sin A}{\cos A} \right]^2 \\ &= \frac{(1 + \sin A)^2}{\cos^2 A} = \frac{(1 + \sin A)^2}{1 - \sin^2 A} \\ &= \frac{(1 + \sin A)^2}{(1 - \sin A)(1 + \sin A)} \\ &= \frac{1 + \sin A}{1 - \sin A} \quad \text{दायाँ पक्ष} \end{aligned}$$

21. उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (6, -9) और (4, 6) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को 3 : 4 में अन्तः विभाजित करता है।

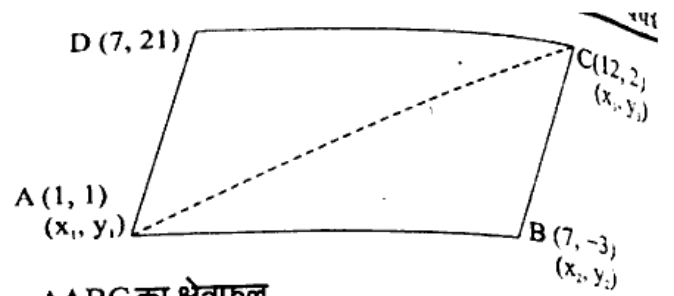


माना A और B दिये गये बिन्दु हैं तथा C वह बिन्दु है जो रेखा AB को 3:4 में विभाजित करती है।

$$\begin{aligned} C(x, y) &= \left(\frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right) \\ &= \frac{3 \times 4 + 4 \times 6}{3 + 4}, \frac{3 \times 6 + 4 \times (-9)}{3 + 4} \\ &= \left(\frac{12 + 24}{7}, \frac{18 - 36}{7} \right) \\ &= \left(\frac{36}{7}, -\frac{18}{7} \right) \end{aligned}$$

22. यदि (1, 1), (7, -3), (12, 2) और (7, 21) एक चतुर्भुज के शीर्षों के निर्देशांक हैं तो सिद्ध कीजिए कि चतुर्भुज का क्षेत्रफल 132 वर्ग मात्रक होगा।

उत्तर: माना ABCD दिया हुआ चतुर्भुज है। A को C से मिलाकर चतुर्भुज को दो त्रिभुजों में बांट लिया।



ΔABC का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] \\ &= \frac{1}{2} [1(-3 - 2) + 7(2 - 1) + 12\{1 - (-3)\}] \\ &= \frac{1}{2} [-5 + 7 + 12 \times (1 + 3)] \\ &= \frac{1}{2} [-5 + 7 + 12 \times 4] \\ &= \frac{1}{2} [-5 + 7 + 48] \\ &= \frac{1}{2} [-5 + 55] = \frac{1}{2} \times 50 = 25 \text{ वर्ग मात्रक} \end{aligned}$$

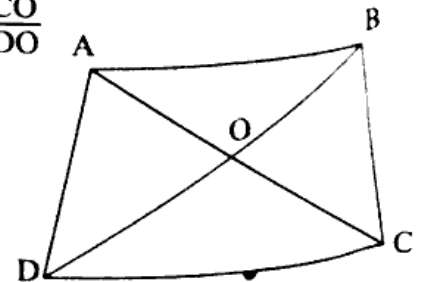
ΔADC का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] \\ &= \frac{1}{2} [1(21 - 2) + 7(2 - 1) + 12(1 - 21)] \\ &= \frac{1}{2} [19 + 7 \times 1 + 12 \times (-20)] \\ &= \frac{1}{2} [19 + 7 - 240] \\ &= \frac{1}{2} [26 - 240] \\ &= \frac{1}{2} \times (-214) \\ &= -107 \sim 107 \text{ वर्ग मात्रक} \end{aligned}$$

चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} + \Delta ADC \text{ का क्षेत्रफल} \\ &= 25 + 107 \\ &= 132 \text{ वर्ग मात्रक} \end{aligned}$$

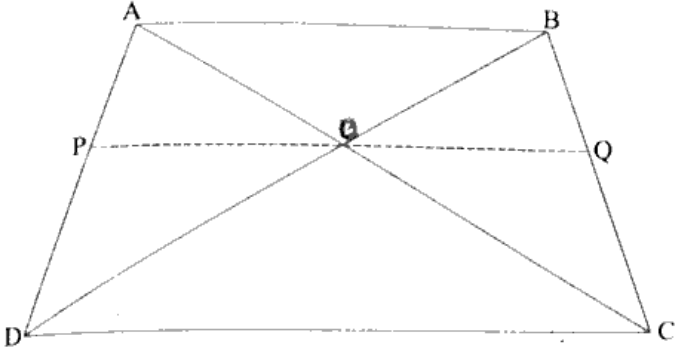
23. ABCD एक समलम्ब है जिसमें $AB \parallel DC$ है तथा इसके विकर्ण परस्पर बिन्दु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। सिद्ध कीजिए- $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$



उत्तर

दिया है - समलम्ब ABCD
AB || CD

सिद्ध करना है - $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$



रचना - O से PQ || AB खींचा

उत्पत्ती - ΔACB में

AB || OQ

BPT प्रमेय से

$$\frac{AO}{CO} = \frac{BQ}{QC} \quad \dots\dots(1)$$

ΔBDC में

OQ || DC
BPT प्रमेय से

$$\frac{BO}{DO} = \frac{BQ}{QC} \quad \dots\dots(2)$$

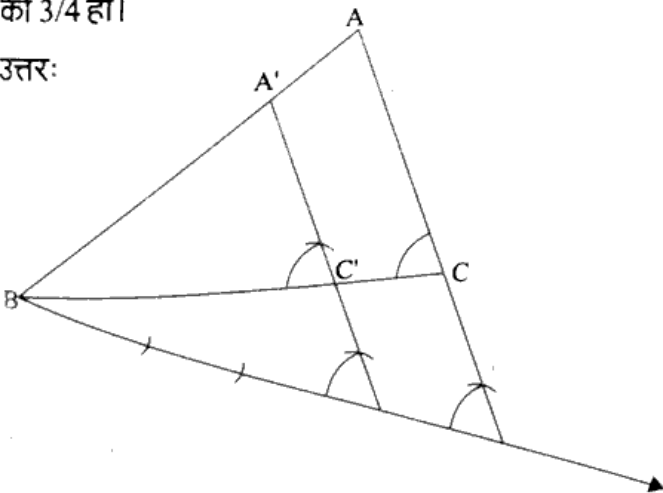
समीकरण (1) व (2) से

$$\frac{AO}{CO} = \frac{BO}{DO}$$

$$\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO} \text{ इति सिद्धम्}$$

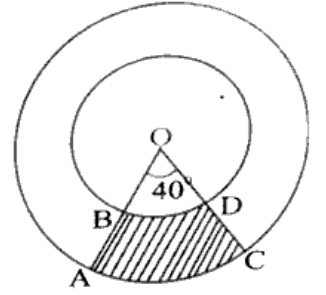
24. एक दिए गए त्रिभुज ABC के समरूप एक त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ दिए गए त्रिभुज की संगत भुजाओं की $\frac{3}{4}$ हों।

उत्तर:

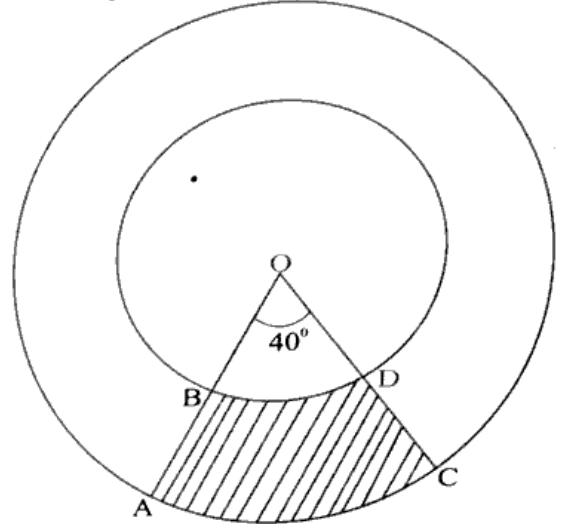


दिया हुआ ΔABC के भुजाओं के समान्तर $A'B'C'$ एक संगत त्रिभुज है। जिसकी भुजाएँ 3:4 में हैं।

25. चित्र में छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, यदि केन्द्र O वाले दोनों संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 7 सेमी और 14 सेमी हैं तथा $\angle AOC = 40^\circ$ है।



- उत्तर: $R = 14$ सेमी.
 $r = 7$ सेमी.
 $\theta = 40^\circ$



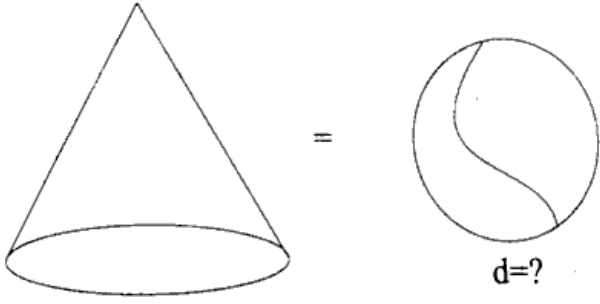
छायांकित भाग का क्षेत्रफल = बड़े वृत्त से बने त्रिज्याखण्ड का क्षेत्रफल - छोटे वृत्त से बने त्रिज्याखण्ड का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi R^2 - \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 \\ &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi [R^2 - r^2] \\ &= \frac{40^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} [14^2 - 7^2] \\ &= \frac{22}{63} (14 - 7) (14 + 7) \\ &= \frac{22}{63} \times 7 \times 21 = \frac{154}{3} \text{ सेमी}^2 \end{aligned}$$

अथवा

एक लम्ब वृत्तीय शंकु 8 सेमी ऊँचा है और उसके आधार की त्रिज्या 2 सेमी है। शंकु को पिघलाकर एक गोले के रूप में ढाला जाता है। गोले का व्यास ज्ञात कीजिए।

- उत्तर: शंकु में
 $h = 8$ सेमी.
 $r = 2$ सेमी.



$y = 10$, समी (1) में रखने पर

$$x - 3 \times 10 = 10$$

$$x - 30 = 10$$

$$x = 10 + 30 = 40$$

अतः मोहन की वर्तमान आयु = 40 वर्ष

तथा पुत्र की वर्तमान आयु = 10 वर्ष

अथवा

एक रेलगाड़ी एक समान चाल से 360 किमी की दूरी तय करती है। यदि यह चाल 10 किमी/घंटा अधिक होती तो वह उसी यात्रा में 3 घण्टा कम समय लेती। रेलगाड़ी की चाल ज्ञात कीजिए।

उत्तर: माना रेलगाड़ी की चाल = x किमी/घंटा

$$360 \text{ किमी जाने में लगा समय} = t_1 = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{360}{x}$$

पुनः रेलगाड़ी की बदली चाल = $(x + 10)$ किमी/घंटा

$$\text{इस चाल से 360 किमी जाने में लगा समय } t_2 = \frac{360}{x+10}$$

प्रश्नानुसार

$$t_1 - t_2 = 3 \text{ घंटा}$$

$$\frac{360}{x} - \frac{360}{x+10} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{360(x+10) - 360(x)}{x(x+10)} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{360x + 3600 - 360x}{x^2 + 10x} = \frac{3}{1}$$

$$\Rightarrow 3(x^2 + 10x) = 3600$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 30x - 3600 = 0$$

3 से पूरे समी. में भाग करने पर

$$x^2 + 10x - 1200 = 0$$

$$x^2 + (40 - 30)x - 1200 = 0$$

$$x^2 + 40x - 30x - 1200 = 0$$

$$x(x + 40) - 30(x + 40) = 0$$

$$(x + 40)(x - 30) = 0$$

$$x = 30, -40 \text{ (अमान्य)}$$

अतः रेलगाड़ी की चाल 30 किमी/घंटा है।

27. 7 मी. ऊँचे भवन के शिखर से एक टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण 60° है और इसके पाद का अवनमन कोण 45° है। टॉवर की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

माना गोले की त्रिज्या = R सेमी.

गोले का आयतन = शंकु का आयतन

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$4R^3 = r^2 h$$

$$R^3 = \frac{r^2 h}{4} = \frac{2^2 \times 8}{4} = \frac{4 \times 8}{4} = 8$$

$$R = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2} = 2$$

गोले का व्यास = $2 \times$ त्रिज्या = $2 \times 2 = 4$ सेमी.

26. पाँच वर्ष बाद मोहन की आयु उसके पुत्र की आयु से तीन गुनी हो जायेगी। पाँच वर्ष पूर्व मोहन की आयु उसके पुत्र की आयु से सात गुनी थी। उनकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए। 6

उत्तर: माना मोहन की वर्तमान आयु = x वर्ष

तथा पुत्र की वर्तमान आयु = y वर्ष

5 वर्ष बाद मोहन की आयु = $(x + 5)$ वर्ष

5 वर्ष बाद पुत्र की आयु $(y + 5)$ वर्ष

प्रश्नानुसार

$$x + 5 = (y + 5) \times 3$$

$$x + 5 = 3y + 15$$

$$x - 3y = 10 \quad \dots\dots(1)$$

तथा

5 वर्ष पूर्व मोहन की आयु = $(x - 5)$ वर्ष

5 वर्ष पूर्व पुत्र की आयु $(y - 5)$ वर्ष

प्रश्नानुसार

$$(x - 5) = (y - 5) \times 7$$

$$x - 5 = 7y - 35$$

$$x - 7y = -30 \quad \dots\dots(2)$$

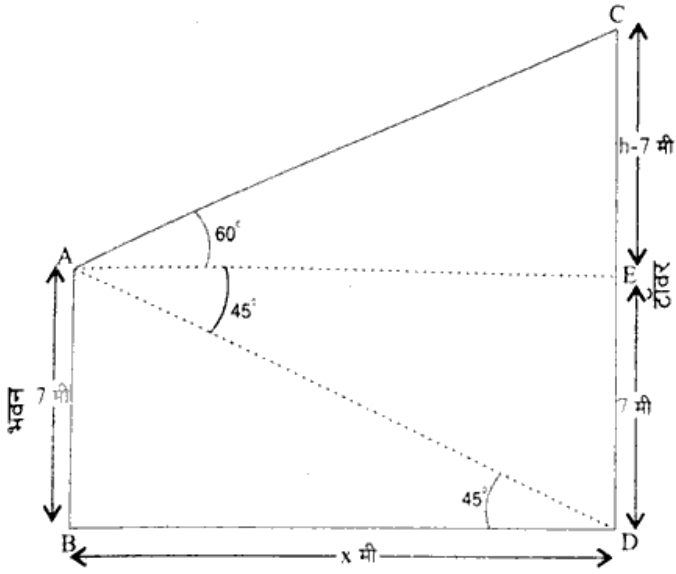
$$x - 3y = 10 \quad \dots\dots(1)$$

$$\begin{array}{r} - + - \\ \hline \end{array}$$

$$-4y = -40$$

$$y = 10$$

उत्तर: माना AB, 7 मीटर ऊँची भवन है तथा
CD, h मीटर ऊँचा टावर है।
माना BD = AE = x मीटर
ΔAEC में



$$\tan 60^\circ = \frac{CE}{AE} = \frac{CE}{x} = \frac{h-7}{x}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h-7}{x}$$

$$h-7 = x\sqrt{3}$$

$$h = x\sqrt{3} + 7 \quad \dots\dots(1)$$

ΔABD में,

$$\tan 45^\circ = \frac{AB}{BD}$$

$$1 = \frac{7}{x}$$

$$x = 7 \quad \dots\dots(2)$$

समी. (1) व (2) से

$$h = 7\sqrt{3} + 7 = 7(\sqrt{3} + 1)$$

$$= 7(\sqrt{3} + 1)$$

अतः मीनार की ऊँचाई $7(\sqrt{3} + 1)$ मीटर है।

अथवा

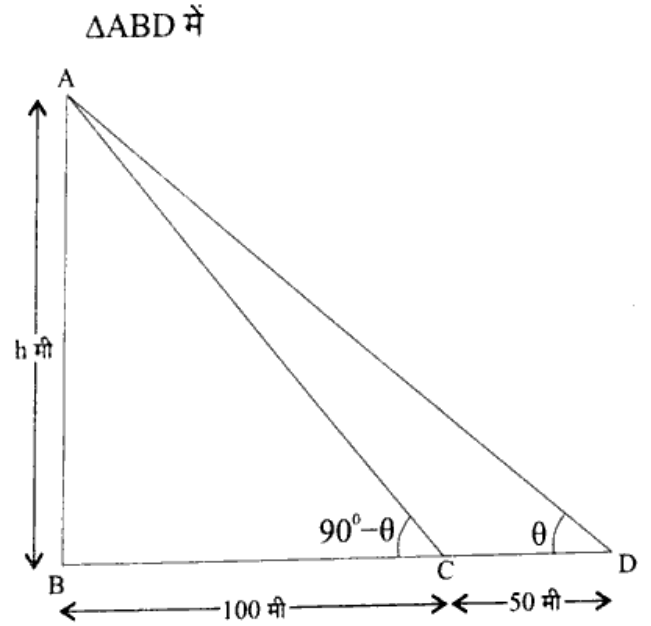
मीनार के आधार से और एक सरल रेखा में 100 मी. तथा 150 मी. की दूरी पर स्थित दो बिन्दुओं से मीनार के शिखर के उन्नयन कोण पूरक कोण हैं। सिद्ध कीजिए कि मीनार की ऊँचाई $50\sqrt{6}$ मी. होगी।

उत्तर: माना मीनार AB की ऊँचाई h मीटर है।
बिन्दुओं C और D से उन्नयन कोण $90^\circ - \theta$ तथा θ है।
ΔABC में

$$\tan(90^\circ - \theta) = \frac{AB}{BC}$$

$$\cot \theta = \frac{h}{100}$$

$$\tan \theta = \frac{100}{h} \quad \dots\dots(1)$$



$$\tan \theta = \frac{AB}{BP} = \frac{h}{150}$$

$$\tan \theta = \frac{h}{150} \quad \dots\dots(2)$$

समी. (1) व (2) से

$$\frac{100}{h} = \frac{h}{150}$$

$$h^2 = 15000$$

$$h = \sqrt{15000} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}$$

$$= 2 \times 5 \times 5 \sqrt{2 \times 3}$$

$$= 50\sqrt{6}$$

अतः टावर की ऊँचाई $50\sqrt{6}$ मीटर है।

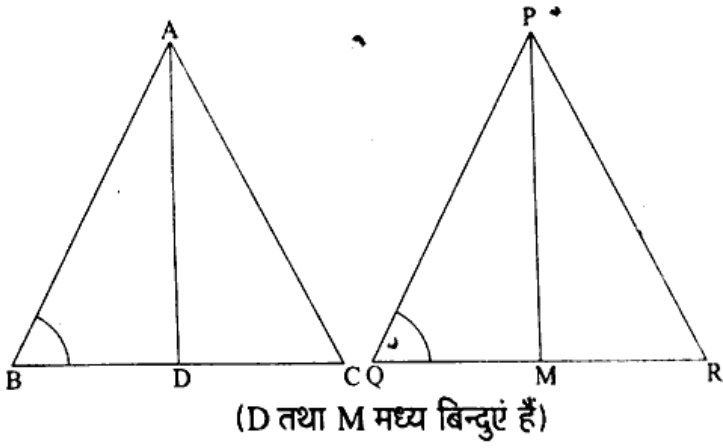
28. सिद्ध कीजिए कि दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात इनकी संगत माध्यिकाओं के अनुपात का वर्ग होता है। 6

उत्तर: दिया है- ΔABC ~ ΔPQR, AD तथा PM माध्यिकाएँ
सिद्ध करना है $\frac{\text{क्षेत्रफल}(\Delta ABC)}{\text{क्षेत्रफल}(\Delta PQR)} = \frac{AD^2}{PM^2}$

उत्पत्ति-

$$\Delta ABC \sim \Delta PQR$$

$$\Rightarrow \angle B = \angle Q \quad \dots\dots(1)$$



तथा $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR}$
 $\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{2BD}{2QM}$
 $\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QM} \dots\dots(2)$

ΔABD तथा ΔPQM में

$\angle ABD = \angle PQM$ (समी (1) से)

तथा $\frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QM}$ (समी (2) से)

$\Delta ABD \sim \Delta PQM$ (SAS समरूपता से)

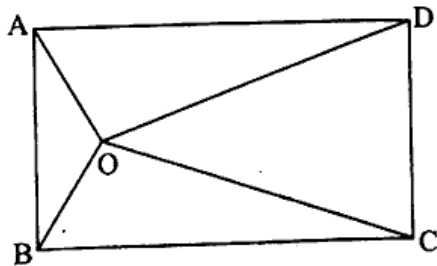
$\frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PM} \dots\dots(3)$

अब $\frac{\text{क्षेत्रफल } (\Delta ABC)}{\text{क्षेत्रफल } (PQR)} = \frac{AB^2}{PQ^2}$ (प्रमेय से)
 $= \frac{AD^2}{PM^2} \left[\because \frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PM} \right]$

इति सिद्धम्

अथवा

संलग्न चित्र में आयत ABCD के अंदर स्थित O कोई बिन्दु है। सिद्ध कीजिए कि $OB^2 + OD^2 = OA^2 + OC^2$



उत्तर: दिया है - आयत ABCD के मध्य कोई एक बिन्दु O

सिद्ध करना है - $OB^2 + OD^2 = OA^2 + OC^2$

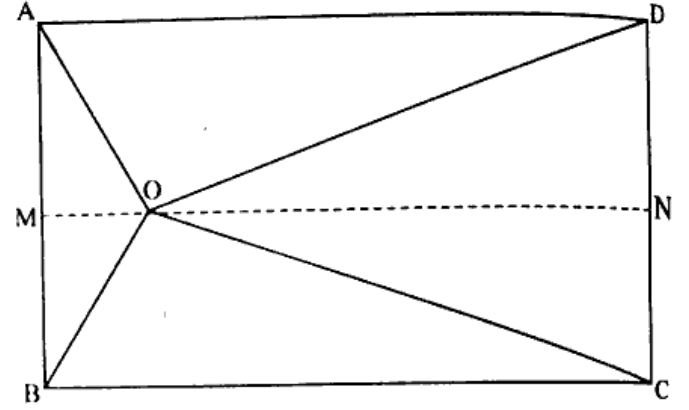
रचना- $MON \parallel BC$ खींचा

उत्पत्ति -

$OM \perp AB$ तथा $ON \perp DC$

$OB^2 = OM^2 + MB^2$

$OD^2 = DN^2 + ON^2$



$\Rightarrow OB^2 + OD^2 = OM^2 + MB^2 + DN^2 + ON^2 \dots\dots(1)$

$OA^2 = AM^2 + OM^2 = DN^2 + OM^2$ [$\because AM = DN$]

$OC^2 = ON^2 + NC^2 = ON^2 + MB^2$ [$\because NC = MB$]

$\Rightarrow OA^2 + OC^2 = DN^2 + OM^2 + ON^2 + MB^2 \dots\dots(2)$

समी (1) व (2) से

$OB^2 + OD^2 = OA^2 + OC^2$ इति सिद्धम्

29. सर्कस के एक तम्बू का निचला भाग बेलनाकार है और ऊपर से शंकवाकार है। यदि बेलनाकार भाग का व्यास और ऊँचाई क्रमशः 126 मी. और 5 मी. है तथा तम्बू की कुल ऊँचाई 21 मी. है तो तम्बू को बनाने में प्रयुक्त कपड़े का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। साथ ही 50 रु. प्रति वर्ग मीटर की दर से कपड़े का मूल्य भी ज्ञात कीजिए।

6

उत्तर: व्यास (d) = 126 मी

त्रिज्या (r) = $\frac{126}{2} = 63$ मी

बेलन की ऊँचाई (h) = 5 मी

शंकु की ऊँचाई $h' = 21 - 5 = 16$ मीटर

$l = \sqrt{h'^2 + r^2}$

$= \sqrt{16^2 + 63^2} = \sqrt{256 + 3969}$

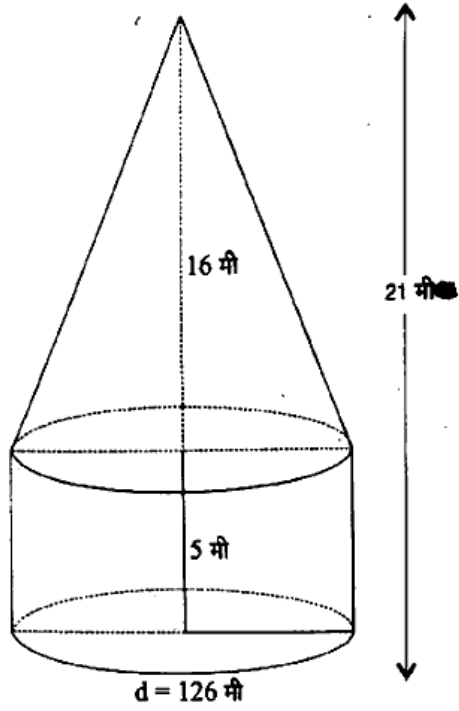
$= \sqrt{4225} = 65$ मीटर

तम्बू को बनाने में प्रयुक्त कपड़े का क्षेत्रफल

= शंकु का वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल + बेलन का वक्रपृष्ठ का क्षेत्रफल

$= \pi r l + 2\pi r h$

$= \pi r (l + 2h)$



मध्यक

$$= l + \left(\frac{n - cf}{f} \right) \times h$$

$$= 60 + \frac{50 - 46}{20} \times 10$$

$$= 60 + \frac{4}{20} \times 10$$

$$= 62$$

$$= \frac{22}{7} \times 63(65 + 2 \times 5)$$

$$= 198(65 + 10)$$

$$= 198 \times 75$$

$$= 14850 \text{ मी}^2$$

कपड़े का मूल्य = 14850×50
 = रु. 742500

2. निम्नलिखित आँकड़ों का माध्यक ज्ञात कीजिए। 6

वर्ग अंतराल	बारंबारता
20-30	4
30-40	12
40-50	14
50-60	16
60-70	20
70-80	16
80-90	10
90-100	8

उत्तर:

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता	संचयी बारम्बारता
20-30	4	4
30-40	12	16
40-50	14	30
50-60	16	46
60-70	20	66
70-80	16	82
80-90	10	92
90-100	8	100

$$n = 100, \frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$$